

© International Baccalaureate Organization 2023

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2023

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2023

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación

Nivel Superior

Prueba 1

8 de mayo de 2023

Zona A tarde | Zona B mañana | Zona C tarde

Número de convocatoria del alumno

2 horas

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Aplicaciones e Interpretación** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[110 puntos]**.



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



24EP02

Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención. Por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

1. [Puntuación máxima: 7]

Un jugador de baloncesto lanza el balón. La altura a la que está el balón se puede modelizar mediante

$$h(t) = -4,75t^2 + 8,75t + 1,5, \quad t \geq 0,$$

donde h es la altura sobre el nivel del suelo a la que está el balón (en metros) y t es el tiempo transcurrido (en segundos) desde que se lanzó el balón.

- (a) Halle el tiempo que tarda el balón en alcanzar la altura máxima. [2]
- (b) Suponiendo que ningún jugador coge el balón, halle el tiempo que tarda el balón en tocar el suelo. [2]

Hay otro jugador que coge el balón justo cuando está a una altura de 1,2 metros.

- (c) Halle el valor de t cuando este otro jugador coge el balón. [2]
- (d) Escriba una limitación que tenga el uso de $h(t)$ para modelizar la altura del balón. [1]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. [Puntuación máxima: 4]

Una empresa que es dueña de muchos restaurantes quiere averiguar si existen diferencias en la calidad de los platos que se preparan para tres tipos de comidas distintas: desayuno, almuerzo y cena.

El equipo de control de calidad de la empresa elige al azar 500 platos para analizarlos. La calidad de cada plato se clasifica como perfecta, satisfactoria o deficiente. Los datos recogidos están resumidos en la siguiente tabla.

		Calidad			Total
		Perfecta	Satisfactoria	Deficiente	
Comida	Desayuno	101	124	7	232
	Almuerzo	68	81	5	154
	Cena	35	69	10	114
Total		204	274	22	500

Se realiza una prueba χ^2 a un nivel de significación del 5% para determinar si hay pruebas significativas de que exista una diferencia en la calidad de los platos que se preparan para esas tres tipos de comidas.

Para esta prueba, el valor crítico es 9,488.

Las hipótesis para esta prueba son las siguientes:

H_0 : La calidad de los platos y el tipo de comida son independientes.

H_1 : La calidad de los platos y el tipo de comida no son independientes.

- (a) Halle el estadístico χ^2 . [2]
- (b) Indique, aportando una justificación, cuál es la conclusión de esta prueba. [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 2: continuación)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

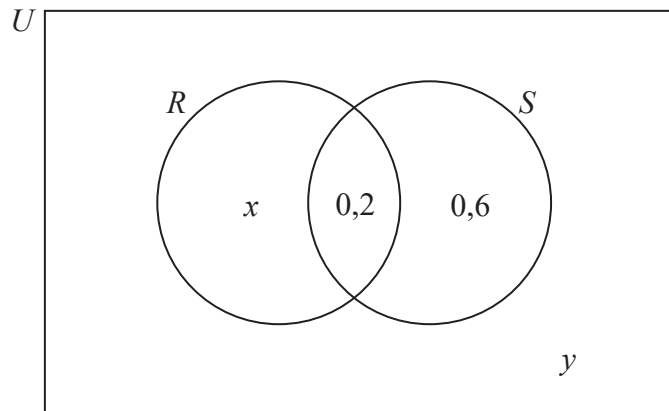


24EP05

Véase al dorso

3. [Puntuación máxima: 7]

En el siguiente diagrama de Venn se representan dos sucesos independientes: R y S . Los valores que aparecen en el diagrama indican probabilidades.



- (a) Halle el valor de x . [3]
- (b) Halle el valor de y . [2]
- (c) Halle $P(R'|S')$. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. [Puntuación máxima: 6]

Angel ha ahorrado 520\$. Angel se plantea invertir ese dinero metiéndolo durante 5 años en un banco. El banco le ofrece un tipo de interés anual del 1,2% compuesto trimestralmente.

- (a) Calcule cuánto dinero tendría Angel al final de esos 5 años si metiera el dinero en el banco. Dé la respuesta redondeando a dos cifras decimales. [3]

En lugar de invertir el dinero, Angel decide comprarse un teléfono que cuesta 520\$. Al final de esos 5 años, el teléfono tendrá un valor de 30\$. Se puede suponer que la tasa de depreciación anual es constante.

- (b) Calcule la tasa de depreciación anual del teléfono. [3]

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



24EP07

Véase al dorso

5. [Puntuación máxima: 6]

Las longitudes de las semillas procedentes de un árbol de mangos en particular siguen aproximadamente una distribución normal de una media de 4 cm y desviación típica igual a 0,25 cm.

Se coge al azar una semilla de este árbol de mangos.

(a) Calcule la probabilidad de que la longitud de esa semilla sea menor que 3,7 cm. [2]

Se sabe que el 30% de las semillas tienen una longitud mayor que k cm.

(b) Halle el valor de k . [2]

Para una semilla de longitud d cm elegida al azar, $P(4 - m < d < 4 + m) = 0,6$.

(c) Halle el valor de m . [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

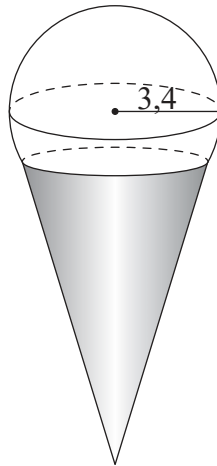
.....



6. [Puntuación máxima: 5]

Ruhi se compra una bola de helado que tiene forma de esfera de 3,4 cm de radio. El helado se sirve en un cono; y se puede suponer que $\frac{1}{5}$ del volumen del helado está metido dentro del cono. Toda esta información se representa en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala



(a) Calcule el volumen de helado que no está dentro del cono. [3]

El cono tiene una generatriz de 11 cm y un radio de 3 cm.

El exterior del cono está cubierto de chocolate.

(b) Calcule el área de la superficie del cono que está cubierta de chocolate. Dé la respuesta redondeando al número entero de cm^2 más próximo. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



24EP09

Véase al dorso

7. [Puntuación máxima: 6]

Akar consigue un trabajo en Australia y, para ir a trabajar, tiene que viajar a diario desde Wollongong a Sídney, ida y vuelta. Va al trabajo 28 días consecutivos y, por lo tanto, hace 56 viajes. Akar hace todos los viajes en autobús.

La probabilidad de que, en un viaje dado, consiga un asiento en el autobús es 0,86.

- (a) Determine, para esos 56 viajes, el número esperado de viajes en los que Akar consiga un asiento en el autobús. [1]
- (b) Halle la probabilidad de que Akar consiga un asiento en al menos 50 de los viajes que hace en esos 28 días. [3]

La probabilidad de que Akar consiga un asiento en un máximo de n viajes es al menos 0,25.

- (c) Halle el valor más pequeño posible de n . [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

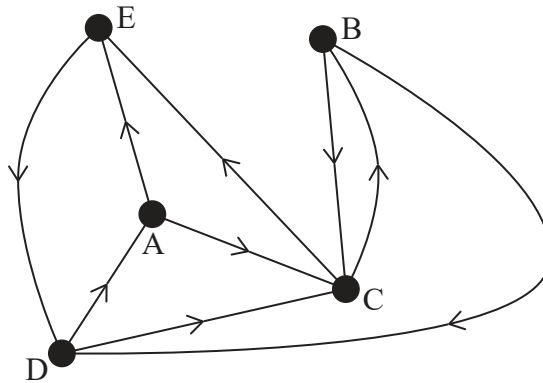
.....

.....



8. [Puntuación máxima: 7]

El siguiente grafo no ponderado y orientado representa, de manera simplificada, la red de carreteras de una isla que conecta cinco pequeños pueblos identificados con las letras A a E.



(a) Construya la matriz de adyacencia (M) correspondiente a esta red. [3]

Beatriz, la conductora del autobús, empieza en el pueblo E y conduce por siete pueblos, de modo que el séptimo pueblo es A.

- (b) (i) Determine cuántas rutas distintas podría haber seguido Beatriz para ir de E a A.
- (ii) Describa una de esas posibles rutas que podría haber seguido Beatriz, enumerando —en orden— todos los pueblos por los que pasaría. [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



24EP11

Véase al dorso

9. [Puntuación máxima: 9]

En un club de atletismo, Sung-Jin realiza una prueba para determinar si existe alguna relación entre la edad del atleta y su mejor tiempo en la carrera de 100m. Se elige al azar ocho atletas, cuyos datos se muestran a continuación.

Atleta	A	B	C	D	E	F	G	H
Edad (años)	13	17	22	18	19	25	11	36
Tiempo (segundos)	13,4	14,6	13,4	12,9	12,0	11,8	17,0	13,1

Sung-Jin decide calcular el coeficiente de correlación por rangos de Spearman para este conjunto de datos.

- (a) Complete la tabla de rangos. [2]

Atleta	A	B	C	D	E	F	G	H
Rango de edades			3					
Rango de tiempos							1	

- (b) Calcule el coeficiente de correlación por rangos de Spearman (r_s). [2]
- (c) Interprete este valor de r_s en el contexto de la pregunta. [1]
- (d) Sugiera una razón matemática por la cual Sung-Jin puede que haya decidido no utilizar el coeficiente de correlación momento-producto de Pearson con los datos de la tabla original. [1]
- (e) (i) Halle el coeficiente de determinación para los datos de la tabla original.
- (ii) Interprete este valor en el contexto de la pregunta. [3]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 9: continuación)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



24EP13

Véase al dorso

10. [Puntuación máxima: 6]

Una empresa de chocolates tiene previsto elaborar barras de chocolates con sabores especiales. Hacen una encuesta entre 246 personas para determinar si hay alguna preferencia particular por alguno de los sabores.

En la siguiente tabla se muestra la información que han recogido.

Chile picante	Crujiente de almendra	Té con especias	Jengibre y lima
75	59	46	66

Se lleva a cabo una prueba de bondad de ajuste χ^2 a un nivel de significación del 5% sobre los datos.

El valor crítico para esta prueba es 7,82.

- (a) Indique la hipótesis nula y la hipótesis alternativa para esta prueba. [2]
- (b) Realice la prueba y dé una conclusión en contexto. [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12. [Puntuación máxima: 5]

Un globo esférico se infla de modo tal que su volumen va aumentando a un ritmo de $15 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$.

(a) Halle el radio que tiene el globo cuando su volumen es $288 \pi \text{ cm}^3$. [2]

(b) A partir de lo anterior (o de cualquier otro modo alternativo), halle la razón de cambio del radio en ese instante. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



13. [Puntuación máxima: 7]

Las matrices $P = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ and $Q = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ representan dos transformaciones.

Un triángulo T se transforma mediante P y, a continuación, esta imagen se transforma mediante Q para dar lugar a un nuevo triángulo T' .

(a) Halle la matriz que representa toda la transformación $T' \rightarrow T$, con la que se deshace la transformación descrita anteriormente. [4]

El área de T' es igual a 273 cm^2 .

(b) Utilizando la respuesta dada en el apartado (a) (o de cualquier otro modo alternativo), determine el área de T . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



14. [Puntuación máxima: 8]

En esta pregunta, i denota un vector unitario que apunta al este y j denota un vector unitario que apunta al norte.

Dos barcos (A y B) se están moviendo ambos con velocidad constante.

El vector de posición del barco A, en el tiempo t horas, es $r_A = (1 + 2t)i + (3 - 3t)j$.

El vector de posición del barco B, en el tiempo t horas, es $r_B = (-2 + 4t)i + (-4 + t)j$.

- (a) Halle el rumbo con la que está navegando el barco A. [3]
- (b) Halle el valor de t cuando el barco B está directamente al sur del barco A. [2]
- (c) Halle el valor de t cuando el barco B está directamente al sureste del barco A. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

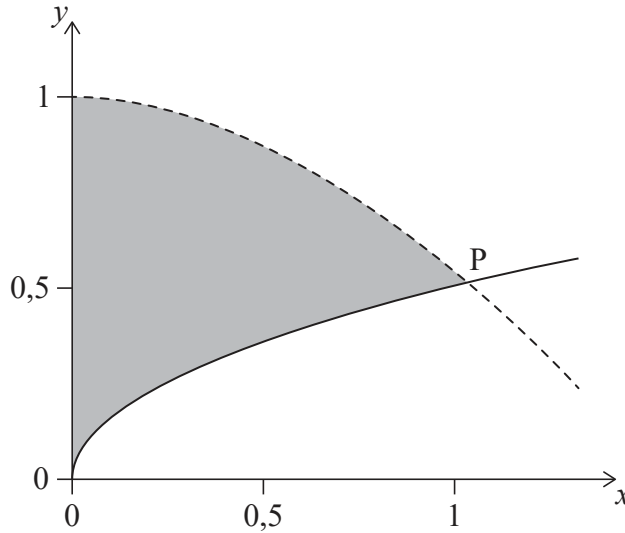
.....



16. [Puntuación máxima: 9]

La figura que aparece a continuación muestra una parte de las curvas de $y = \cos x$ e $y = \frac{\sqrt{x}}{2}$.

P es el punto de intersección de las dos curvas.



(a) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar las coordenadas de P. [2]

La región sombreada se rota 360° **alrededor del eje y**, generando así el volumen de revolución V .

(b) Exprese V como la suma de dos integrales definidas. [5]

(c) A partir de lo anterior, halle el valor de V . [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



24EP22

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



24EP23

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



24EP24